Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet
TÁMOP-3.1.1-11/1-2012-0001
XXI. századi közoktatás
(fejlesztés, koordináció) II. szakasz

MATEMATIKA

1. MINTAFELADATSOR

KÖZÉPSZINT

2015

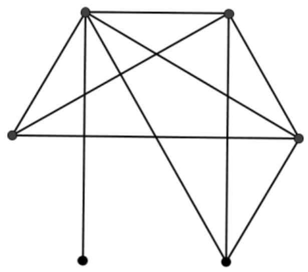
JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet
1143 Budapest, Szobránc u. 6-8.
Telefon: (+36-1) 235-7200
Fax: (+36-1) 235-7202
www.ofi.hu

1.		
2880 Ft	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

Megjegyzés:1 dkg (24 Ft) vagy 1 kg (2400 Ft) sajt árának kiszámolásáért 1 pont jár.

2.		
A) Igaz B) Hamis C) Hamis	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont,* *1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

3.		
Egy lehetséges gráf rajza: 	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4.		
$4x-3y=$	1 pont	
$=20$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

5.		
((30 – 12) + (30 – 23) =) 25 (diák)	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

6.		
$a=-2$	1 pont	
$b=-1$	1 pont	
A minimum helye: 2.	1 pont	
A minimum értéke: –1.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

7.		
Háromszorosa.	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

Megjegyzés: A négyzetek oldalai hosszának kiszámításáért 1 pont jár.

8.		
1100100_2	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

9.		
$q=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$	1 pont	
$a_1=48$	1 pont	
$S_8=48\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^8-1}{\frac{1}{2}-1}=$	1 pont	*Ez a pont jár, ha a vizsgázó helyesen felsorolja az első 8 tagot.*
$=95{,}625$	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

10.		
[–2; 0]	2 pont	*Más helyes jelölés is elfogadható.*
Összesen:	**2 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó válasza nyílt vagy félig nyílt intervallum, de az intervallum határait jól adja meg, akkor 1 pontot kapjon.

11. első megoldás		
Összesen 2^4-féleképpen dobhatunk négy érmével.	1 pont	
P(legfeljebb 3 dobás lesz „fej”) = 1 – P(4 dobás „fej”)	1 pont	
4 „fej”-et egyféleképpen dobhatunk,	1 pont	
így a keresett valószínűség: $p=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

11. második megoldás		
Összesen 2^4-féleképpen dobhatunk négy érmével.	1 pont	
A kedvező esetek száma 15: FFFI, FFIF, FIFF, IFFF FFII, FIFI, FIIF, IIFF, IFIF, IFFI, IIIF, IIFI, IFII, FIII, IIII	2 pont	
a keresett valószínűség: $p=\frac{15}{16}$.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

12.		
A kör középpontja (0; –3).	2 pont	
Összesen:	**2 pont**	

13. a) első megoldás		
Megoldandó az $x^2-4x+12<24$ egyenlőtlenség.	1 pont	
$x^2-4x-12<0$	1 pont	
(Az $x^2-4x-12=0$ egyenlet gyökei:) $x_1=-2$; $x_2=6$.	1 pont	
Mivel a másodfokú kifejezés főegyütthatója pozitív, a grafikon egy felfelé nyíló parabola,	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
így $-2<x<6$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

13. a) második megoldás		
Az $f(x)=x^2-4x+12$ függvény ábrázolása.	2 pont	$f(x)=(x-2)^2+8$
Az y = 24 egyenes segítségével $x_1=-2$ és $x_2=6$ értékek leolvasása.	1 pont	
A leolvasott x értékeknél a helyettesítési érték: $f(-2)=f(6)=24$ valóban.	1 pont	
Az egyenlőtlenség megoldása így $-2<x<6$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

13. b)		
(Az egyenlet 2^x-re nézve másodfokú:) $(2^x)^2-2^x-12=0$	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$(2^x)_1=4$	1 pont	
$x_1=2$, amely megoldása az egyenletnek.	1 pont	
$(2^x)_2=-3$,	1 pont	
amely nem lehetséges (mert $2^x>0$).	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. a)		
Az átlók hossza legyen e = 5x és f = 12x.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
(A rombusz átlói merőlegesen felezik egymást, így a Pitagorasz-tétel szerint:) $(2{,}5x)^2+(6x)^2=5{,}2^2$.	1 pont	
$42{,}25x^2=27{,}04$	1 pont	
$x=0{,}8$	1 pont	
A rombusz átlói (5 · 0,8 =) 4 cm és (12 · 0,8 =) 9,6 cm hosszúak.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó megállapítja, hogy 4:9,6 = 5:12, akkor ezért 1 pontot kapjon. Annak megállapításáért, hogy egy 2 cm és 4,8 cm befogójú derékszögű háromszög átfogója 5,2 cm, 2 pont jár.

14. b)		
(A rombusz átlói szögfelezők, és merőlegesen felezik egymást, így) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{2,5}{6}$	2 pont	$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{2}{4,8}$
$\frac{\alpha}{2}\approx 22,62^\circ$	1 pont	
(A rombusz szemközti szögei egyenlők, így) a rombusz szögei a kért kerekítéssel: $\alpha \approx 45,2^\circ$ és	1 pont	*Ha a vizsgázó nem kerekít vagy rosszul kerekít, akkor ezért összesen 1 pontot veszítsen.*
$\beta \approx 134,8^\circ$.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

14. c)		
A sárga színű részt 9-féleképpen választhatta ki.	1 pont	*Ez a 2 pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
A kék színű részeket $\binom{8}{4}$-féleképpen választhatta ki. (A többi rész piros színű lesz).	1 pont	
Így összesen $9\cdot\binom{8}{4}=$	1 pont	
= 630 lehetőség van a színezésre.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. a)		
(Barbara terve akkor érvényesül, ha a valamely napon és az azt megelőző napon teljesített táv hányadosa [1,1; 1,2] zárt intervallumba esik.) $\frac{1150}{1000}=1,15$, amely megfelelő; $\frac{1300}{1150}\approx 1,13$, amely megfelelő; $\frac{1400}{1300}\approx 1,08$, amely nem megfelelő; $\frac{1700}{1400}\approx 1,21$, amely nem megfelelő.	2 pont	*Egy hibás válasz esetén 1 pont, több hibás válasz esetén 0 pont jár.*
Két nap érvényesült Barbara terve.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

15. b)		
A napi növekedés osztója (91 – 40 =) 51-nek.	1 pont	
Az 51 (pozitív) osztói: 1, 3, 17, 51.	1 pont	
Ezek közül csak a 3 megfelelő, mert a napi növekedés legalább 14-szer és legfeljebb 28-szor lehet meg az 51-ben.	1 pont	

Barbara 3 felüléssel növelte a napi mennyiséget.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

15. c)		
Áron napi fekvőtámaszainak száma rendre egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Ebben a sorozatban $a_3 = 34$ és $a_8 = 64$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$a_8 - a_3 = 30 = 5d$, ahonnan $d = 6$.	1 pont	
$a_1 = a_3 - 2d = 22$	1 pont	
$S_{20} = \frac{2\cdot 22 + 19\cdot 6}{2}\cdot 20 =$	1 pont	
= 1580 fekvőtámaszt csinált Áron az első húsz napon.	1 pont	
Összesen:	**5 pont**	

16. a)		
Az I. dolgozat átlaga: $\frac{54+61+63+68+83+86+89}{7} =$	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
= 72.	1 pont	
(A I. dolgozat eredményeinek szórása:) * $s = \sqrt{\frac{324+121+81+16+121+196+289}{7}} \approx$	2 pont	*Ez a 2 pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
≈ 12,8.	1 pont	
Ha a második dolgozatban Ágnes és Éva x pontot ért el, akkor $\frac{65+67+68+76+x+80+x}{7} = 74$	1 pont	
$x = 81$	1 pont	
Ágnes és Éva 81 pontot ért el.	1 pont	
Összesen:	**8 pont**	

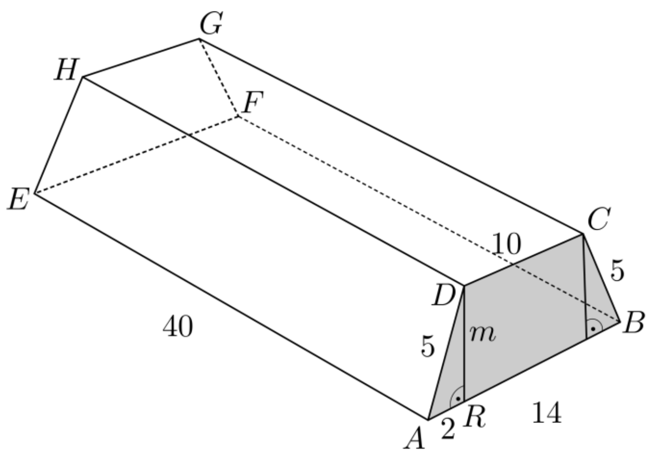
$$* s = \sqrt{\frac{(54-72)^2+(61-72)^2+(63-72)^2+(68-72)^2+(83-72)^2+(86-72)^2+(89-72)^2}{7}}$$

16. b)		
A) hamis B) igaz C) hamis	2 pont	*2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.*
Összesen:	**2 pont**	

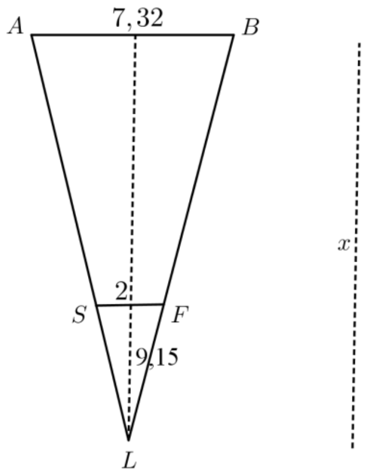
16. c)		
A legkisebb pontszám legyen y, a legnagyobb pontszám $y + 17$.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.*
$\sqrt{y(y+17)} = 72$	1 pont	
$y^2 + 17y - 5184 = 0$	1 pont	
$y_1 = 64$, amely megoldás,	1 pont	
$y_2 = -81$, amely nem megoldás.	1 pont	
Mivel két 72 pontos dolgozat is született, így a további három dolgozat 75 pontos lehet csak.	1 pont	
A dolgozatok pontszámai: 64, 72, 72, 75, 75, 75, 81.	1 pont	
Összesen:	**7 pont**	

17. a)		
Az utolsó két számot $\binom{87}{2}$-féleképpen húzhatják ki (összes eset száma).	1 pont	*Ez a 2 pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
Anna számai közül $\binom{5}{2}$-féleképpen lehet kettőt kiválasztani (kedvező esetek száma).	1 pont	
A keresett valószínűség: $p = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{87}{2}} =$	1 pont	
$= \frac{20}{7482}$ ($\approx 0{,}00267$).	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

17. b)		
Péter x Ft-ért vásárolt az Ezüstvölgy és ($1\,000\,000 - x$) Ft-ért az Aranyhegy értékpapírból.	1 pont	*Ezek a pontok akkor is járnak, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.*
1 év elteltével rendre 1,05-szoros, illetve 1,07-szoros értéket kap vissza.	1 pont	
$x \cdot 1{,}05 + (1\,000\,000 - x) \cdot 1{,}07 = 1\,063\,000$	2 pont	
$x = 350\,000$	1 pont	
Péter 350 000 Ft-ért vásárolt az Ezüstvölgy és 650 000 Ft-ért az Aranyhegy értékpapírból.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

17. c)		
	1 pont	*A trapéz magassága egy olyan derékszögű háromszög egyik befogója, melynek átfogója 5 (mm), másik befogója 2 (mm).*
(A Pitagorasz-tétel alapján:) $m^2 + 2^2 = 5^2$, ahonnan $m = \sqrt{21}$ (≈ 4,58) (mm).	1 pont	
$T_{\text{trapéz}} = \dfrac{10+14}{2} \cdot \sqrt{21}$ (≈ 54,99) (mm²)	1 pont	*55 (mm²) is elfogadható.*
$V = T_{\text{trapéz}} \cdot 40 \approx$	1 pont	
≈ 2199,64 (mm³)	1 pont	*2200 (mm³) is elfogadható.*
Mivel 1 cm³ = 1000 mm³,	1 pont	
így az aranytömb tömege megközelítőleg $(2199{,}64 : 1000 \cdot 19{,}3 =)$ 42,5 g.	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem ad meg mértékegységet. Más eredmény esetén ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó a megoldás során ésszerűen és helyesen kerekített.*
Összesen:	**7 pont**	

18. a)		
Ha egy csapatban *n* játékos van, akkor összesen $n \cdot n + 2n \cdot 3$ kézfogás történt.	2 pont	
$n \cdot n + 2n \cdot 3 = 432$, azaz $n^2 + 6n - 432 = 0$.	1 pont	
$n_1 = 18$, illetve	1 pont	
$n_2 = -24$ (amely nem lehetséges).	1 pont	
Tehát 18 játékos van egy-egy csapatban.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

18. b)		
A feladat megértését tükröző ábra: 	1 pont	*Ez a pont jár, ha a vizsgázó a feladatnál megadott ábra segítségével helyesen számol.*
(Az *AB* és *SF* szakaszok párhuzamossága miatt) *LAB* és *LSF* háromszögek hasonlóak, így	1 pont	
$\frac{x}{9{,}15} = \frac{7{,}32}{2}$	1 pont	
$x \approx 33{,}5$ méterre van a labda az alapvonaltól.	1 pont	
Összesen:	**4 pont**	

18. c)		
Egy 7,32 m, 26 m és 33 m oldalú háromszögben a 7,32 m hosszú oldallal szemközti szöget kell kiszámolnunk.	1 pont	*Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat a megoldásból derül ki.*
Koszinusztétellel: $7{,}32^2 = 26^2 + 33^2 - 2 \cdot 26 \cdot 33 \cdot \cos\gamma$	1 pont	
$\cos\gamma = \frac{26^2 + 33^2 - 7{,}32^2}{2 \cdot 26 \cdot 33}$ $(\approx 0{,}9973)$	1 pont	
$\gamma \approx 4°$	1 pont	*Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít vagy rosszul kerekít.*
Összesen:	**4 pont**	

18. d)		
Az első csapat 10 játékosa összesen $1{,}5 \cdot 10 = 15$ gólt szerzett. A második csapat 8 játékosa összesen $2 \cdot 8 = 16$ gólt szerzett.	1 pont	
A 18 játékos összesen 31 gólt rúgott.	1 pont	
Gólátlaguk: $\frac{31}{18} (\approx 1{,}7)$.	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	